

# Estimasi Posisi Magnetic Levitation Ball Menggunakan Metode Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF)

**Teguh Herlambang**

Program Studi Sistem Informasi Universitas Nahdlatul Ulama Surabaya (UNUSA), Indonesia

Article history: Recieved 23/05/2017 Revised 12/06/2017 Accepted : 25/06/2017

## ABSTRAK

Peranan dari Sistem *Magnetic Levitation Ball* dalam dunia industri sangat penting diantaranya sebagai sistem yang diaplikasikan pada kereta api yang bergerak melayang diatas rel dengan kecepatan tinggi (kereta MAGLEV). *Magnetic Levitation Ball* sendiri adalah suatu rangkaian sistem yang terdiri atas bola baja padat yang bersifat *ferromagnetic*, dimana akan melayang diatas permukaan suatu medium udara apabila diberi tenaga elektromagnet yang memiliki sifat yaitu sulit untuk diprediksi posisinya, sehingga diperlukan suatu estimator untuk mengestimasi posisi dan kecepatan bola baja terhadap tenaga elektromagnet yang diberikan pada bola baja tersebut. Dalam paper ini telah dilakukan suatu kajian mengenai penerapan modifikasi metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) dengan menambahkan skema akar kuadrat pada tahap koreksi yang disebut dengan metode Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) yang diimplementasikan pada model matematika *magnetic levitation ball*. Selanjutnya diterapkan untuk mengestimasi posisi dan kecepatan bola baja *ferromagnetic*. Hasil simulasi metode AK-EnKF model matematika *magnetic levitation ball* menunjukkan bahwa error yang dihasilkan kurang dari 2% baik dengan membangkitkan 200 dan 300 ensemble. Error terkecil didapatkan ketika membangkitkan sejumlah 200 ensemble, di mana error posisi bola yaitu 0.018 m, untuk kecepatan bola adalah 0.016 m/s dan arus yang mengalir 0.018 A.

**Kata Kunci:** *Magnetic Levitation Ball*, estimasi posisi dan kecepatan, Ensemble Kalman Filter (EnKF), Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF).

## ABSTRACT

*The role of Magnetic Levitation Ball in an industrial world is very important, among others, as system applied to a train moving on the rail at high speed (MAGLEV). Magnetic Levitation Ball is system consisting of a ferromagnetic solid steel ball floating over The surface of air medium when supplied with electromagnetic power which is hard to predict its position, and therefore estimations is required to estimate the position, and speed of the steel ball when the electromagnetic power is supplied to the steel ball. This paper was study on application of the modification of Ensemble Kalman Filter (EnKF) method by adding Root Square at the stage of corecction called Ensemble Kalman Filter Square Root (EnKF-SR). Implemented to the mathematical model of magnetic levitation ball and speed of ferromagnetic steel ball the result of the simulation of EnKF-SR using mathematical model of magnetic levitation ball showed that the error was less than 2% by generating both 200 and 300 ensembles. The least error was observed when 200 ensemble was generated at which the position error of ball was 0.018 m, and speed of the bll was 0.016 m/s and the electric current was 0.018 A.*

**Keywords:** *Magnetic Levitation Ball, estimation of position and speed, Ensemble Kalman Filter (EnKF)*



**Teguh Herlambang**, memperoleh gelar Sarjana Sains (2010) dan Magister Sains (2012) dari Jurusan Matematika FMIPA serta Doktor (2016) dari Jurusan Teknologi Kelautan Institut Teknologi Sepuluh

Nopember Surabaya (ITS). Saat ini aktif sebagai dosen di prodi Sistem Informasi Universitas Nahdlatul Ulama Surabaya (UNUSA) dan sebagai ketua bidang penelitian di LPPM UNUSA. Penelitian pada bidang pemodelan matematika, sistem navigasi, sistem kendali

\*Corresponding author.

E-mail address: [teguh@unusa.ac.id](mailto:teguh@unusa.ac.id)

Peer reviewed under responsibility of Universitas Muhammadiyah Sidoarjo.

© 2017 Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, All right reserved, This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

dan sistem panduan pada sistem dinamik dan di bidang militer kapal selam tanpa awak, pesawat tanpa awak, peluru kendali dan mobile robot.

## PENDAHULUAN

Peranan Sistem *Magnetic Levitation Ball* dalam dunia industri antara lain sebagai sistem yang diterapkan pada kereta api yang bergerak melayang diatas rel dengan kecepatan tinggi seperti kereta MAGLEV, dan model sistem torowongan angin yang melayang. *Magnetic Levitation Ball* sendiri adalah suatu rangkaian sistem yang terdiri atas bola baja padat yang bersifat *ferromagnetic* (benda yang memiliki sifat kemagnetan yang paling kuat dan tahan lama) dimana akan melayang diatas permukaan suatu medium udara apabila diberi tenaga elektromagnet yang berasal dari kumparan elektromagnet [1]. Karena bola baja *ferromagnetic* yang melayang, terkadang memiliki sifat yaitu sulit untuk diprediksi posisinya, sehingga diperlukan suatu metode estimasi untuk mengestimasi posisi dan kecepatan bola baja terhadap tenaga elektromagnet yang diberikan pada bola baja tersebut [1].

Estimasi dilakukan untuk mendapatkan satu penyelesaian masalah yang membutuhkan informasi sebelumnya sehingga bisa menentukan langkah selanjutnya dalam menyelesaikan masalah tersebut. Estimasi dilakukan karena suatu masalah terkadang dapat diselesaikan dengan menggunakan informasi atau data sebelumnya yang berhubungan dengan masalah tersebut. Kalman *filter* merupakan suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik linear diskrit yang meminimumkan kovarian error estimasi (Kalman,1960). Suatu penyelesaian pada masalah *filtering* data-diskrit yang linear [2]. Namun pada keadaan yang sesungguhnya, seringkali ditemukan sistem dinamik kontinu yang nonlinier sehingga memerlukan pendekatan lain yang merupakan perluasan dari kalman filter yang disebut Ensemble Kalman Filter (EnKF). Pada metode EnKF, algoritmanya dijalankan dengan membangkitkan sejumlah ensemble tertentu untuk menghitung nilai mean dan kovariansi error variabel statenya [3]. Pengembangan metode EnKF melalui modifikasi algoritma dengan menambahkan skema akar kuadrat pada tahap koreksi EnKF yang dapat menghasilkan metode Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) [4]. Metode Kalman Filter dapat dikembangkan transformasi unscented yaitu Unscented Kalman Filter [5], selain itu juga dapat dikembangkan dengan metode fuzzy yaitu Fuzzy Kalman Filter yang juga dapat diterapkan pada model linier AUV [6]. Selain itu metode EnKF dan AK-EnKF juga dapat dikombinasikan dengan sistem kendali seperti Sliding Mode Control [7], Proportional Integral Derivative (PID) [8], dan Fuzzy Sliding Mode Control (SMC) pada Autonomous Underwater Vehicle [9].

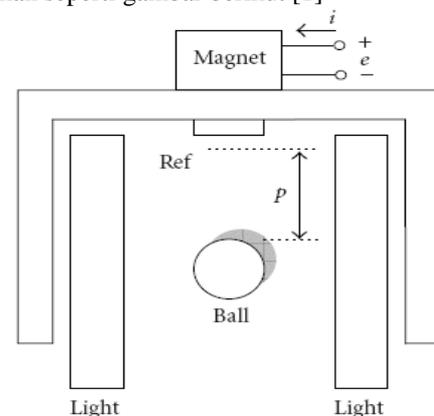
Dalam paper ini dilakukan suatu kajian mengenai implementasi metode Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) pada persamaan *magnetic levitation*

*ball* yang diterapkan untuk mengestimasi posisi dan kecepatan bola baja *ferromagnetic*. Jumlah ensemble yang dibangkitkan adalah 200 dan 300 ensemble, dimana hasil simulasi baik dengan 200 dan 300 ensemble dibandingkan dan didapatkan error yang terkecil. Pemilihan jumlah ensemble sebanyak 200 dan 300, untuk mengetahui pengaruh dari jumlah ensemble terhadap erro yang dihasilkan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode AK-EnKF dapat digunakan untuk mengestimasi posisi dan kecepatan bola pada sigtem MAGLEV dengan error kurang dari 2%.

## METODE

### Model Matematika dari *Magnetic Levitation Ball*

*Magnetic levitation Ball* adalah sebuah sistem yang terdiri atas bola baja *ferromagnetic* yang disuspensi dalam sebuah medan magnet oleh tegangan listrik dengan cara mengendalikan arus pada saat mengalir pada kumparan elektromagnet yang terdiri dari sejumlah lilitan tembaga dan posisi kumparan tepat berada diatas bola baja. Pada sistem ini bola baja diasumsikan bergerak secara vertikal yaitu naik-turun dan berhenti tepat pada posisi melayang dari posisi bola saat diletakkan dalam kondisi awal. Gambar rancangan sistem *Magnetic Levitation Ball* dapat ditunjukkan seperti gambar berikut [1]



Gambar 1. sistem *Magnetic Levitation*

Bagian-bagian dari *Magnetic Levitation Ball*, yakni :

- Bola baja : Bagian yang dikontrol posisinya
- Kumparan elektromagnet : Bagian yang menghasilkan medan magnet
- Sumber tegangan magnet : Bagian yang menghasilkan arus listrik
- Sensor cahaya (*Light Sensor*): Bagian yang mengukur ketinggian bola

Model dinamika *Magnetic Levitation Ball* diberikan sebagai berikut [10]:

$$\frac{dp}{dt} = v \quad (1)$$

$$Ri + \frac{d(L(p)i)}{dt} = V \quad (2)$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - C \left( \frac{i}{p} \right)^2 \quad (3)$$

Dimana :

$p$  = Posisi bola yang dikontrol ( ketinggian bola ) dengan satuan *meter*

$v$  = Kecepatan bola baja ketika bergerak vertikal dengan satuan *m/s*

$i$  = Arus yang mengalir pada kumparan elektromagnet dengan satuan *Ampere*

$V$  = Tegangan listrik dengan satuan *Volt*

$R$  = Hambatan kumparan dengan satuan *Ohm*

$L$  = Induksi Kumparan dengan satuan *Henry*

$C$  = Konstanta gaya magnet

$m$  = Massa Bola Baja dengan satuan *kg*

$g$  = Konstanta gravitasi Bumi dengan satuan

*m/s<sup>2</sup>*

Kemudian dimisalkan beberapa variabel yang ada pada model *Magnetic Levitation Ball* yaitu variabel

$$x_1 = p, x_2 = v, x_3 = i, u = V, \text{ serta}$$

$X = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$  adalah vektor keadaan, sehingga model Persamaan dari sistem *Magnetic Levitation Ball* dapat ditulis sebagai :

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g - \frac{C}{m} \left( \frac{x_3}{x_1} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = -\frac{R}{L}x_3 + \frac{2C}{L} \left( \frac{x_2x_3}{x_1^2} \right) + \frac{1}{L}u \quad (6)$$

### Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF)

Algoritma Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) merupakan pengembangan dari algoritma EnKF pada tahap koreksi, di mana terdapat *Singular Value Decomposition* (SVD) dan matriks akar kuadrat. SVD adalah suatu matriks dalam bentuk perkalian matriks diagonal yang berisi nilai-nilai singularnya, dengan matriks yang berisi vektor-vektor singular yang bersesuaian [11]. Dekomposisi nilai singular merupakan teknik yang telah digunakan secara luas untuk mendekomposisikan matriks ke dalam beberapa matriks. Berikut merupakan Algoritma Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) yang dapat dirangkum sebagai berikut.

#### 1. Model sistem dan Model Pengukuran

$$x_{k+1} = f(u_k, x_k) + w_k, \quad w_k \sim N(0, Q_k)$$

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad v_k \sim N(0, R_k)$$

#### 2. Inisialisasi

Bangkitkan  $N$  ensemble sesuai dengan tebakan awal

$$\bar{x}_0 \text{ dengan } x_{0,i} = [x_{0,1} \ x_{0,2} \ x_{0,3} \ \dots \ x_{0,N}]$$

$$\text{Mean Ensemble awal} \quad : \quad \bar{x}_{0,i} = x_{0,i} \mathbf{1}_N$$

$$\text{Ensemble error awal} \quad :$$

$$\tilde{x}_{0,i} = x_{0,i} - \bar{x}_{0,i} = x_{0,i} (I - \mathbf{1}_N)$$

#### 3. Tahap Prediksi

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1,i}^-, u_{k-1,i}) + w_{k,i} \text{ dimana}$$

$$w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$$

$$\text{Mean Ensemble} \quad : \quad \bar{x}_{k,i}^- = \hat{x}_{k,i}^- \mathbf{1}_N$$

$$\text{Error Ensemble} \quad : \quad \tilde{x}_{k,i}^- = \hat{x}_{k,i}^- - \bar{x}_{k,i}^- = \hat{x}_{k,i}^- (I - \mathbf{1}_N)$$

#### 4. Tahap Koreksi

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \text{ dimana } v_{k,i} \sim N(0, R_k)$$

$$S_k = H\tilde{x}_{k,i}^-, \quad E_k = (v_1, v_2, \dots, v_N), \text{ and}$$

$$C_k = S_k S_k^T + E_k E_k^T$$

Mean Ensemble :

$$\bar{x}_{k,i} = \bar{x}_{k,i}^- + \tilde{x}_{k,i}^- S_k^T C_k^{-1} (z_{k,i} - H\bar{x}_{k,i}^-)$$

Skema Akar kuadrat:

-dekomposisi nilai eigen dari

$$C_k = U_k \Lambda_k U_k^T$$

- menghitung matriks  $M_k = \Lambda_k^{-1/2} U_k^T S_k^-$

- menentukan SVD dari  $M_k = Y_k L_k V_k^T$

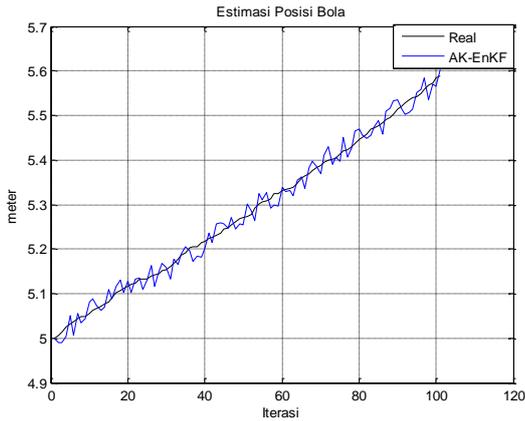
$$\text{Error Ensemble} \quad : \quad \tilde{x}_{k,i} = \tilde{x}_{k,i}^- V_k (I - L_k^T L_k)^{1/2}$$

$$\text{Estimasi Ensemble} \quad : \quad \hat{x}_{k,i} = \tilde{x}_{k,i} + \bar{x}_{k,i}$$

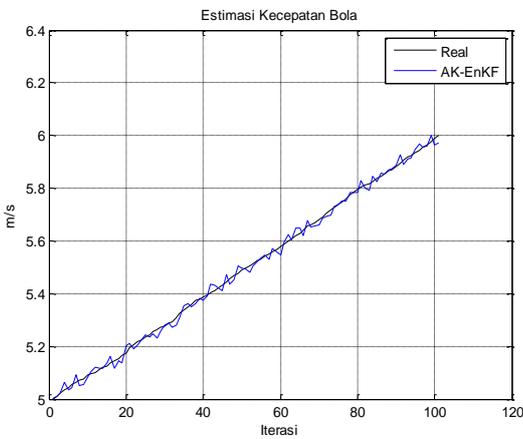
### HASIL

Pada paper ini estimasi posisi dan kecepatan bola pada sistem *magnetic levitation ball* menggunakan metode AK-EnKF dengan membangkitkan 200 dan 300 ensemble, Perbandingan jumlah ensemble menunjukkan bahwa dengan membangkitkan ensemble sejumlah 300 lebih baik daripada 200 ensemble, sehingga pada analisa hasil akan dibahas perbandingan metode dengan jumlah ensemble 300 dan pada lintasan yang sama.

Simulasi ini menggunakan  $\Delta t = 0,1$  serta dengan membangkitkan ensemble sejumlah 200 ensemble. Titik awal yang diberikan pada setiap lintasan  $x(0) = 5, y(0) = 5, \text{ dan } z(0) = 5$ . Pada simulasi kedua, didapatkan hasil estimasi posisi dan kecepatan bola dengan menggunakan EnKF serta membangkitkan 200 ensemble pada Gambar 2 dan 3. Selain itu ditampilkan tabel nilai rata-rata RMSE terdapat pada Tabel 1.



Gambar 2 . Estimasi posisi bola pada sistem Magnetic Levitation Ball dengan membangkitkan 200 ensemble



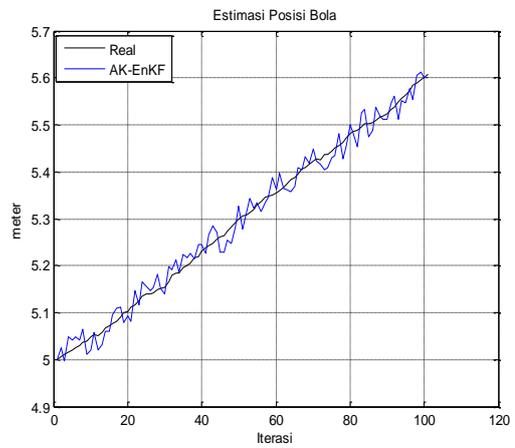
Gambar 3. Estimasi Kecepatan Bola pada sistem Magnetic Levitation Ball dengan membangkitkan 200 ensemble

Grafik pada Gambar 2 dan 3 menunjukkan bahwa hasil estimasi posisi dan kecepatan bola *magnetic levitation ball* mengikuti posisi dan kecepatan real dari sistem *magnetic levitation ball*, di mana hasil estimasi posisi dan kecepatan bola dengan menggunakan metode AK-EnKF memiliki akurasi yang tinggi dengan error posisi kurang 2%. Gambar 2 menggambarkan bahwa hasil estimasi mendekati dengan kondisi real posisi bola, dimana error yang didapatkan untuk posisi bola yaitu 0.018 m. Gambar 3 menggambarkan bahwa hasil estimasi mendekati dengan kondisi real kecepatan bola, dimana error yang didapatkan untuk kecepatan bola adalah 0.0165 m/s. Sedangkan untuk error dari arus yang mengalir 0.018 A. Jumlah iterasi menunjukkan bahwa mulai iterasi ke-1 sampai iterasi ke 100, hasil estimasi dan kondisi real posisi dan kecepatan bola memiliki error yang kecil. Error yang didapatkan pada simulasi dengan membangkitkan 200 ensemble yang ditunjukkan pada Tabel 1.

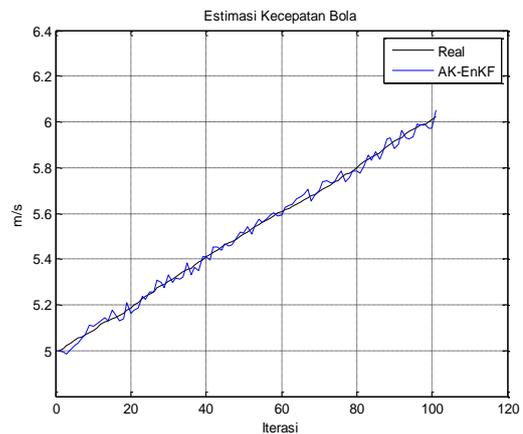
Tabel 1. Nilai RMSE dengan Metode AK-EnKF Berdasarkan Pembangkitan 200 Ensemble

	Nilai RMSE
Posisi Bola	0.018474 m
Kecepatan Bola	0.016561 m/s
Arus yang mengalir	0.018227 A
Waktu simulasi	3.3438 s

Simulasi kedua  $\Delta t = 0,1$  serta dengan membangkitkan ensemble sejumlah 300 ensemble. Titik awal yang diberikan pada setiap lintasan  $x(0) = 5, y(0) = 5,$  dan  $z(0) = 5$ . Pada simulasi ketiga, didapatkan hasil estimasi posisi dan kecepatan bola dengan menggunakan EnKF serta membangkitkan 300 ensemble pada Gambar 4 dan 5. Selain itu ditampilkan tabel nilai rata-rata RMSE terdapat pada Tabel 2.



Gambar 4. Estimasi posisi bola pada sistem Magnetic Levitation Ball dengan membangkitkan 300 ensemble



Gambar 5. Estimasi Kecepatan Bola pada sistem Magnetic Levitation Ball dengan membangkitkan 200 ensemble

Grafik pada Gambar 4 dan 5 menunjukkan bahwa hasil estimasi posisi dan kecepatan bola *magnetic levitation ball* mengikuti posisi dan kecepatan real dari sistem *magnetic levitation ball*, di mana hasil estimasi posisi dan kecepatan bola dengan menggunakan metode AK-EnKF memiliki akurasi yang tinggi dengan error posisi kurang 2% . Error yang didapatkan adalah untuk posisi

bola yaitu 0.0215 m, untuk kecepatan bola adalah 0.021 m/s dan arus yang mengalir 0.023 A.

Tabel 2. Nilai RMSE dengan Metode AK-EnKF Berdasarkan Pembangkitkan 300 Ensemble

	Nilai RMSE
Posisi Bola	0.021521 m
Kecepatan Bola	0.021099 m/s
Arus yang mengalir	0.023071 A
Waktu simulasi	5.1250 s

Selanjutnya perbandingan hasil estimasi dengan membangkitkan 200 dan 300 ensemble pada Tabel 4 menunjukkan bahwa dengan membangkitkan 200 ensemble memiliki tingkat akurasi lebih tinggi daripada 300 ensemble. Dari segi waktu simulasi, dengan 200 ensemble memiliki waktu lebih cepat daripada 300 ensemble karena jumlah ensemble yang dibangkitkan lebih kecil.

Tabel 3. Perbandingan Nilai RMSE dengan Metode AK-EnKF Berdasarkan Pembangkitkan 200 dan 300 Ensemble

	N=200	N=300
Posisi Bola	<b>0.018474 m</b>	0.021521 m
Kecepatan Bola	<b>0.016561 m/s</b>	0.021099 m/s
Arus yang mengalir	<b>0.018227 A</b>	0.023071 A
Waktu simulasi	3.3438 s	5.1250 s

Dari hasil analisa pada simulasi dengan membangkitkan 200 dan 300 ensemble didapatkan memiliki error posisi dan kecepatan bola yang kurang dari 2%, sehingga metode AK-EnKF dapat digunakan sebagai salah satu metode estimasi posisi dan kecepatan bola pada sistem *magnetic levitation ball*.

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian tentang model matematika *magnetic levitation ball* serta Estimasi posisi dan kecepatan bola menggunakan penerapan skema akar kuadrat pada algoritma Ensemble Kalman Filter dapat disimpulkan bahwa metode AK-EnKF dapat digunakan sebagai estimasi posisi dan kecepatan yang menghasilkan error kurang dari 2%. Ditinjau dari pembangkitan jumlah ensemble, bahwa dengan membangkitkan 200 ensemble lebih akurat daripada 300 ensemble.

## REFERENSI

[1] Priyanto A., Desain dan Simulasi Perancangan Sistem Kendali Posisi Magnet Levitation Ball Menggunakan Metode Sliding Mode Control (SMC)", Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2009.

[2] Kalman, R.E., A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *ASME*

*Journal of Basic Engineering*, Vol 82, pp. 35-45, 1960.

[3] Herlambang, T., Djatmiko E.B and Nurhadi H., "Navigation and Guidance Control System of AUV with Trajectory Estimation of Linear Modelling", *Proc. of International Conference on Advance Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation*, IEEE , ICAMIMIA 2015, Surabaya, Indonesia, pp. 184-187, Oct 15 – 17, 2015.

[4] Ermayanti, E., Aprilini, E., Nurhadi H, and Herlambang T, "Estimate and Control Position Autonomous Underwater Vehicle Based on Determined Trajectory using Fuzzy Kalman Filter Method", *International Conference on Advance Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation (ICAMIMIA)-IEEE* Surabaya Indonesia, 15 – 16 Oktober 2015.

[5] Herlambang, T., Rasyid R.A, Hartatik S, dan Rahmalia, D., "Estimasi Posisi *Mobile Robot* Menggunakan Metode Akar Kuadrat Unscented Kalman Filter (AK-UKF)", *Technology Science and Engineering Journal*, Vol 1 No 2 June 2017. E-ISSN: 2549-1601X, 2017.

[6] Herlambang, T., Djatmiko E.B and Nurhadi H., "Ensemble Kalman Filter with a Square Root Scheme (EnKF-SR) for Trajectory Estimation of AUV SEGOROGENI ITS", *International Review of Mechanical Engineering IREME Journal*, Vol. 9, No. 6. Pp. 553-560, ISSN 1970 – 8734. Nov, 2015.

[7] Herlambang, T, dan Nurhadi H., "Desain Sistem Kendali Gerak Surge dan Roll pada Sistem Autonomous Underwater Vehicle dengan Metode Sliding Mode Control (SMC)", *Seminar Nasional Pascasarjana STTAL* Surabaya Indonesia, 22 Desember 2016.

[8] Herlambang, T., Nurhadi H, and Djatmiko E.B., "Optimasi Model Linier 6-DOF pada Sistem Autonomous Underwater Vehicle", *Seminar Nasional Maritim, Sain dan Teknologi Terapan (MASTER) PPNS* Surabaya Indonesia, 21 November 2016.

[9] Oktafianto, K., Herlambang T., Mardlijah, Nurhadi H., "Design of Autonomous Underwater Vehicle Motion Control Using Sliding Mode Control Method", *International Conference on Advance Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation (ICAMIMIA)-IEEE* Surabaya Indonesia, 15 – 16 Oktober 2015.

[10] Al-Muthairi N,F dan Zribi,M, "Sliding Mode Control of A Magnetic Levitation System". *Journal of Mathematical Problem in Engineering*: vol.2. 93-107, 2004.

[11] Apriliani, E., dan Sanjaya, B.A., *Reduksi Rank pada Matriks-Matriks Tertentu*, Laporan Penelitian Hibah Pasca, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2007.